

# TD6 — Grammaires et langages hors contexte

Théorie des langages

**Exercice 1** *Simplifiez ces grammaires :*

1.  $S \rightarrow A S B \mid \epsilon$   
 $A \rightarrow a A S \mid C B \mid a$   
 $B \rightarrow S b S \mid A \mid b b$   
 $C \rightarrow C a \mid A C$
2.  $S \rightarrow a A a \mid b B b \mid B B$   
 $A \rightarrow C$   
 $B \rightarrow S \mid A$   
 $C \rightarrow S \mid \epsilon$
3.  $S \rightarrow A A A \mid B$   
 $A \rightarrow a A \mid B$   
 $B \rightarrow \epsilon$
4.  $S \rightarrow A \mid B$   
 $A \rightarrow a A \mid \epsilon$   
 $B \rightarrow a B \mid b B \mid \epsilon$
5.  $E \rightarrow T E'$   
 $E' \rightarrow + T E' \mid \epsilon$   
 $T \rightarrow F T'$   
 $T' \rightarrow * F T' \mid \epsilon$   
 $F \rightarrow (E) \mid id$

**Exercice 2** *Rappelons le lemme de pompage pour les langages hors contextes :*

Soit  $L \subseteq T^*$  un langage hors contexte. Alors il existe une constante  $n \in \mathbb{N}$  telle que pour tout  $m \in L$  de longueur au moins  $n$ , il existe  $u, v, w, x, y \in T^*$  satisfaisant :

- $m = uvwxy$
- $|vwx| \leq n$
- $vx \neq \epsilon$
- $uv^iwx^iy \in L$  pour chaque entier  $i \geq 0$

Montrez que ces langages ne sont pas hors contexte :

1.  $L_1 = \{0^k 1^k 2^k \mid k \in \mathbb{N}^*\}$
2.  $L_2 = \{ww \mid w \in \{0, 1\}^*\}$
3.  $L_3 = \{a^i b^j c^i d^j \mid i, j \in \mathbb{N}, i \geq 1, i \leq j\}$