

TD1 — Grammaires

Théorie des langages

Exercice 1 Soit les deux langages :

$L_1 = \{(ab)^n | n \in \mathbb{N}\}$ régulier

$L_2 = \{a^n b^n | n \in \mathbb{N}\}$ hors contexte

Écrivez des grammaires correspondant à ces langages.

Exercice 2 Considérons la grammaire $P : S \rightarrow SS + |SS * |a$

1. Trouvez une dérivation qui utilise cette grammaire et produit la chaîne $aa + a*$
2. Construisez un arbre abstrait correspondant à cette chaîne.
3. Quel langage est engendré par cette grammaire ?

Exercice 3 Considérons la grammaire $P' : S \rightarrow S + |S * |a$

1. Trouvez une dérivation qui utilise cette grammaire et produit la chaîne $a + * + +$
2. Construisez un arbre abstrait correspondant à cette chaîne.
3. Quel langage est engendré par cette grammaire ?

Exercice 4 Considérons la grammaire $P^2 : S \rightarrow 0S1|01$

1. Trouvez une dérivation qui utilise cette grammaire et produit la chaîne 000111
2. Construisez un arbre abstrait correspondant à cette chaîne.
3. Quel langage est engendré par cette grammaire ?

Exercice 5 Considérons la grammaire $P^3 : S \rightarrow aSbS|bSaS|\epsilon$

1. Trouvez une dérivation qui utilise cette grammaire et produit la chaîne $abbaba$
2. Construisez un arbre abstrait correspondant à cette chaîne.
3. Trouvez une dérivation qui utilise cette grammaire et produit la chaîne $abbbaba$
4. Construisez un arbre abstrait correspondant à cette chaîne.

Exercice 6 Considérons la grammaire $P^4 : S \rightarrow S(S)S|\epsilon$

1. Trouvez une dérivation qui utilise cette grammaire et produit la chaîne $((())())$
2. Construisez un arbre abstrait correspondant à cette chaîne.
3. Trouvez une dérivation qui utilise cette grammaire et produit la chaîne $()()$
4. Construisez un arbre abstrait correspondant à cette chaîne.

Exercice 7 Construisez une grammaire (avec et sans ϵ) pour les palindromes de longueur paire sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$, c'est à dire les mots de la forme $X\bar{X}$, \bar{X} étant retourné. Exemple : $X = abc$ donne $\bar{X} = cba$.

Exercice 8 Construisez une grammaire (avec et sans ϵ) pour tous les mots sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$.

Exercice 9 Construisez une grammaire (avec et sans ϵ) pour tous les mots sur l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ où le symbole a apparaît un nombre pair de fois.

Exercice 10 Construisez une grammaire (avec et sans ϵ) pour représenter les nombres entiers positifs sans 0 non significatif (pas de 01 par exemple).

Exercice 11 Construisez une grammaire pour représenter les expressions logiques avec 3 variables. $\Sigma = \{x, y, z, \vee, \wedge, \neg\}$